Управління освіти і науки Чернігівської облдержадміністрації

Чернігівський обласний інститут післядипломної педагогічної освіти

Завдання другого етапу Всеукраїнської олімпіади з математики

2016-2017 н.р.

11 клас

1. Розв’язати нерівність: .
2. В сидячому вагоні поїзда стоять тримісні дивани для пасажирів: 20 рядів по 2 дивани. Костя помітив, що на кожному ряду сидить 3 або 5 людей. Потім Костя порахував на скількох диванах сидить 3 людини і на скількох – одна людина. Знайдіть суму чисел, які порахував Костя.
3. В чотирикутник АВСD вписано коло з центром О. При цьому ےАОВ = 75°, АВ = 3. Знайти площу круга, обмеженого колом, описаним навколо трикутника АВЕ, де Е— точка перетину прямих АD і ВС.
4. Про натуральні числа k, р, m, ν відомо наступне: k, р, m - геометрична прогресія, k – 2, р, m, ν – 12 — арифметична прогресія і m +18 = ν. Знати m.
5. Клітинки дошки 7x7 пофарбовані в шаховому порядку в жовтий та блакитний колір так, що кути пофарбовані в жовтий колір. Дозволяється перефарбовувати в протилежний колір довільні дві сусідні по стороні клітинки. Чи можна за допомогою таких операцій перефарбувати всю дошку в блакитний колір?

На виконання роботи відводиться 4 години.

Кожна задача оцінюється в 7 балів.

Використання калькуляторів та інших електронних засобів заборонено.

Управління освіти і науки Чернігівської облдержадміністрації

Чернігівський обласний інститут післядипломної педагогічної освіти

Завдання другого етапу Всеукраїнської олімпіади з математики

2016-2017 н.р.

10 клас

1. Розв’язати рівняння: .

2. В сидячому вагоні поїзда стоять тримісні дивани для пасажирів: 20 рядів по 2 дивани. Костя помітив, що на кожному ряду сидить 3 або 5 людей. Потім Костя порахував на скількох диванах сидить 3 людини і на скількох – одна людина. Знайдіть суму чисел, які порахував Костя.

3. Довести, що для всіх а > 0,b > 0,с > 0 виконується нерівність:

.

4. Точка В є серединою відрізка АС. Квадрат АВDЕ і рівносторонній трикутник ВСР розташовані в одній півплощині відносно прямої АС. Знайдіть величину кута між прямими СD і АР.

5. Клітинки дошки 7x7 пофарбовані в шаховому порядку в жовтий та блакитний колір так, що кути пофарбовані в жовтий колір. Дозволяється перефарбовувати в протилежний колір довільні дві сусідні по стороні клітинки. Чи можна за допомогою таких операцій перефарбувати всю дошку в блакитний колір?

На виконання роботи відводиться 4 години.

Кожна задача оцінюється в 7 балів.

Використання калькуляторів та інших електронних засобів заборонено.

Управління освіти і науки Чернігівської облдержадміністрації

Чернігівський обласний інститут післядипломної педагогічної освіти

Завдання другого етапу Всеукраїнської олімпіади з математики

2016-2017 н.р.

9 клас

1. Відновити цифри, які замінено буквами: .
2. В сидячому вагоні поїзда стоять тримісні дивани для пасажирів: 20 рядів по 2 дивани. Костя помітив, що на кожному ряду сидить 3 або 5 людей. Потім Костя порахував на скількох диванах сидить 3 людини і на скількох – одна людина. Знайдіть суму чисел, які порахував Костя.
3. Розв’язати рівняння: .
4. Клітинки дошки 7x7 пофарбовані в шаховому порядку в жовтий та блакитний колір так, що кути пофарбовані в жовтий колір. Дозволяється перефарбовувати в протилежний колір довільні дві сусідні по стороні клітинки. Чи можна за допомогою таких операцій перефарбувати всю дошку в блакитний колір?
5. Точка В є серединою відрізка АС. Квадрат АВDЕ і рівносторонній трикутник ВСР розташовані в одній півплощині відносно прямої АС. Знайдіть величину кута між прямими СD і АР.

На виконання роботи відводиться 4 години.

Кожна задача оцінюється в 7 балів.

Використання калькуляторів та інших електронних засобів
заборонено.

Управління освіти і науки Чернігівської облдержадміністрації

Чернігівський обласний інститут післядипломної педагогічної освіти

Завдання другого етапу Всеукраїнської олімпіади з математики

2016-2017 н.р.

8 клас

1. В перший рядок таблиці дозволяється вписати натуральні числа від 1 до 5, в другий - теж числа від 1 до 5, в третій - числа від 3 до 7, в четвертий - теж від 3 до 7, в п’ятий - від 4 до 8. Як потрібно вписувати числа, щоб суми чисел в усіх стовпчиках таблиці виявились однаковими? Наведіть приклад.
2. Відновити цифри, які замінено буквами: .
3. В сидячому вагоні поїзда стоять тримісні дивани для пасажирів: 20 рядів по 2 дивани. Костя помітив, іцо на кожному ряду сидить 3 або 5 людей. Потім Костя порахував на скількох диванах сидить 3 людини і на скількох – одна людина. Знайдіть суму чисел, які порахував Костя.
4. На міжпланетний фестиваль прибули зелені та сині чоловічки. Разом їх було 107. Зелені чоловічки правильно сприймають кольори, а синім, на жаль, зелений здається синім, і навпаки. Подивившись навкруги, кожен учасник фестивалю підійшов до кого-небудь, сказав ”Який ви синій!” і подарував кактус. Доведіть, що хоча б один учасник фестивалю не отримав такого подарунку.
5. Точка В є серединою відрізка АС. Квадрат АВDЕ і рівносторонній трикутник ВСР розташовані в одній півплощині відносно прямої АС. Знайдіть величину кута між прямими СD і АР.

На виконання роботи відводиться 3 години.

Кожна задача оцінюється в 7 балів.

Використання калькуляторів та інших електронних засобів заборонено.

Управління освіти і науки Чернігівської облдержадміністрації

Чернігівський обласний інститут післядипломної педагогічної освіти Завдання другого етапу Всеукраїнської олімпіади з математики

2016-2017 н.р.

7 клас

1. В ювелірній фірмі є два кільця вартістю 10 та 30 гульденів та 4 коштовних камені вартістю 60, 70, 80 та 90 гульденів. Фірма може виготовляти персні, на виготовлення кожного з яких потрібно кільце та два коштовні камені. Ціна такого персня дорівнює добутку цін потрібних компонентів. Чи зможе клієнт замовити два персні, якщо в нього всього 200000 гульденів?
2. В перший рядок таблиці дозволяється вписати натуральні числа від 1 до 5, в другий - теж числа від 1 до 5, в третій - числа від 3 до 7, в четвертий - теж від 3 до 7, в п’ятий - від 4 до 8. Як потрібно вписувати числа, щоб суми чисел в усіх стовпчиках таблиці виявились однаковими? Наведіть приклад.
3. Відновити цифри, які замінено буквами: .
4. Маємо 4 кавуни, серед яких немає двох однієї ваги. Як за 4 зважування на шалькових терезах без гир знайти два самих важких кавуни?
5. Розглядається деяка множина сороканіжок та триголових драконів. У них разом 26 голів та 298 ніг. У кожної сороканіжки одна голова. Скільки ніг у триголового дракона?

На виконання роботи відводиться 3 години.

Кожна задача оцінюється в 7 балів.

Використання калькуляторів та інших електронних засобів заборонено.

Управління освіти і науки Чернігівської облдержадміністрації

Чернігівський обласний інститут післядипломної педагогічної освіти

Завдання другого етапу Всеукраїнської олімпіади з математики

2016-2017 н.р.

6 клас

1. Корабель відпливає в плавання в понеділок о 1200. Плавання буде тривати 100 годин. Назвіть день та час повернення корабля в порт.
2. Як відміряти 15 хвилин за допомогою двох пісочних годинників на 7 хвилин і на 11 хвилин?
3. Розріжте клітчастий прямокутник розмірами 9x10 клітинок на декілька квадратів так, щоб серед них було рівно два квадрати з непарною стороною. Розрізи повинні йти по сторонах клітинок.
4. В ювелірній фірмі є два кільця вартістю 10 та 30 гульденів та 4 коштовних камені вартістю 60, 70, 80 та 90 гульденів. Фірма може виготовляти персні, на виготовлення кожного з яких потрібно кільце та два коштовні камені. Ціна такого персня дорівнює добутку цін потрібних компонентів. Чи зможе клієнт замовити два персні, якщо в нього всього 200000 гульденів?
5. Розглядається деяка множина сороканіжок та триголових драконів. У них разом 26 голів та 298 ніг. У кожної сороканіжки одна голова. Скільки ніг у триголового дракона?

На виконання роботи відводиться 3 години.

Кожна задача оцінюється в 7 балів.

Використання калькуляторів та інших електронних засобів заборонено.

**Відповіді та вказівки II етап 2016 рік.**

1. в п’ятницю о 1600.
2. Ставимо годинники одночасно, а через 7 хвилин починаємо відлік часу. Ще через 4 хвилини перевертаємо годинник на 11 хвилин.
3. Вирізаємо 2 квадрати 5x5 вздовж однієї сторони прямокутника, а решту можна розрізати на квадрати з парними сторонами.
4. Зможе замовити два персні. Один з кільця за 10 гульденів та каменів за 80 та 90 гульденів, а інший – з решти складових. Їх сумарна вартість 72+126=198 тисяч гульденів.
5. Нехай кількість ніг у дракона дорівнює к, кількість сороканіжок дорівнює х, а кількість драконів у. Тоді х + Зу = 26. Очевидно, що х < 7, бо інакше кількість ніг перевищить 298. З рівняння отримаємо, що х = 2 або х = 5 (перебір або подільність на 3). При х = 2 отримаємо у = 8. Ці значення не задовольняють умову, k не є цілим. При х = 5 отримаємо у = 7. Тоді 40 • 5 + k • 7 = 298 , звідки k = 14.
6. Див. 6.4. 7.2 Є багато різних способів. В кожному стовпчику сума чисел - 22.
7. Добуток двох цілих чисел, одне з яких закінчується цифрою 3, закінчується цифрою 1 лише тоді, коли інше закінчується цифрою 7. Отже, d = 7. 1 < с < 2, бо інакше добуток був би більше ніж 3000. Значення с = 1не задовольняє умову задачі, бо 127\*13 = 1651. Отже с = 2. 227\*13 = 2951. а = 9, b = 5, с = 2, d = 7.
8. Є різні розв’язання. Наприклад, трьома зважуваннями впорядковуємо три кавуни за вагою. Найважчий забираємо собі, найлегший - точно не потрібен. А потім четвертий порівнюємо за вагою з середнім за вагою.
9. Див. 6.5.
10. Див. 7.2. 8.2 Див. 7.3
11. Якщо в ряду сидить 3 людини, то вони сидять або 3+0 або 2+1. Якщо в ряду сидить 5 людей, то вони сидять 3+2. В кожному ряду рівно один диван буде порахований Костею. Сума його чисел - 20.
12. Зелені подарують синім, а сині - зеленим. Оскільки, загальна кількість чоловічків непарна, то чоловічків одного з кольорів більше, а тому їм не вистачить подарунків від представників протилежного кольору.
13. Нехай М-точка перетину прямих СР і АР. $∠$РВС = 60° => $∠$АВР = 120°. АВ = ВР => $∠$ВАР = 30°. $∠$АСО = 45°. $∠$АМР = 75°.
14. Див. 7.3. 9.2 Див. 8.3.
15. (2;-2;0) Записати у вигляді (х + у)2 + (х-2)2 + |z| = 0. Оскільки доданки невід’ємні, то кожен з них дорівнює нулю.
16. Ні, бо при таких операціях парність кількості блакитних клітинок не змінюється, а на початку їх було 24 – парна кількість, отже їх не може стати 49 – непарна кількість.
17. Див. 8.5.
18. х = 2, х = -1. 10.2 Див. 8.3.
19. До знаменників застосувати нерівність х2 + у2 ≥ 2ху.
20. Див. 8.5.
21. Див. 9.4.

11.1 хє{-1} [2;+ ∞) 11.2 Див. 8.3 11.3 $∠$РАБ + $∠$СВА = 2 ($∠$ОАВ + $∠$ОВА) = 210°. $∠$Е = 180°- ($∠$ЕАВ + $∠$ЕВА) = 30°. . 

1. Система кт = р2, 2р = к-2 + т, 2т = р + ν-12, т +18 = ν. Відповідь: т = 18.
2. Див. 9.4.