

СЕРТИФІКАЦІЙНА РОБОТА З МАТЕМАТИКИ

(поглиблений рівень)

Час виконання – 210 хвилин

Робота складається з 36 завдань різних форм. Відповіді до завдань 1–30 Ви маєте позначити в бланку **A**. На виконання завдань 1–30 відведено 130 хвилин.

Пам'ятайте! Після закінчення відведеного часу Ви повинні здати бланк **A** інструктору.

Відповіді до завдань 31–34 Ви маєте записати в бланку **B**. Розв'язання завдань 35 і 36 Ви маєте записати в бланку **B**. На виконання завдань 31–36 відведено 80 хвилин.

Інструкція щодо роботи в зошиті

1. Правила виконання завдань зазначені перед кожною новою формою завдань.
2. Відповідайте лише після того, як Ви уважно прочитали та зрозуміли завдання.
3. У разі необхідності використовуйте як чернетку вільні від тексту місця в зошиті.
4. Намагайтеся виконати всі завдання.
5. Ви можете скористатися таблицею значень тригонометричних функцій деяких кутів, наведеною на останній сторінці зошита.

Інструкція щодо заповнення бланків відповідей **A** і **B**

1. До бланків **A** і **B** записуйте лише правильні, на Вашу думку, відповіді.
2. Відповіді вписуйте чітко, згідно з вимогами інструкції до кожної форми завдань.
3. Неправильно позначені, підчищені відповіді в бланках **A** і **B** вважатимуться помилкою.
4. Якщо Ви позначили відповідь до котрогось із завдань 1–24 бланку **A** неправильно, то можете виправити її, замалювавши попередню позначку та поставивши нову, як показано на зразку:

А Б В Г Д



5. Якщо Ви записали відповідь до котрогось із завдань 25–34 неправильно, то можете виправити її, записавши новий варіант відповіді в спеціально відведених місцях бланків **A** і **B**.
6. Виконавши завдання 35 і 36 в зошиті, акуратно запишіть їхні розв'язання в бланку **B**.
7. Ваш результат залежатиме від загальної кількості правильних відповідей, записаних у бланках **A** і **B**, та правильного розв'язання завдань 35 і 36 у бланку **B**.

Ознайомившись з інструкціями, перевірте якість друку зошита та кількість сторінок. Їх має бути 20.

Позначте номер Вашого зошита у відповідних місцях бланків **A** і **B** так:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
X														

Бажаємо Вам успіху!

БАЗОВИЙ РІВЕНЬ

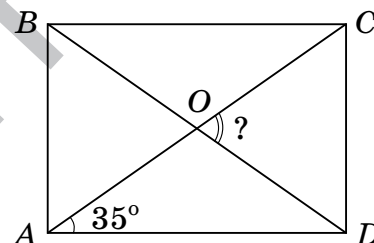
Завдання 1–20 мають п'ять варіантів відповіді, серед яких лише один правильний. Виберіть правильний, на Вашу думку, варіант відповіді, позначте його в бланку А згідно з інструкцією. Не робіть інших позначок у бланку А, тому що комп'ютерна програма реєструватиме їх як помилки!

Будьте особливо уважні, заповнюючи бланк А!
Не погіршуйте власноручно свого результату неправильною формою запису відповідей

1. $\frac{1}{3} \cdot 5 + 4 =$

А	Б	В	Г	Д
$4\frac{1}{15}$	3	$5\frac{2}{3}$	19	27

2. На рисунку зображено прямокутник $ABCD$, $\angle CAD = 35^\circ$. Визначте градусну міру $\angle COD$.



А	Б	В	Г	Д
35°	55°	65°	70°	145°

3. У саду в окремі ящики зібрали груші та яблука. Кількість ящиків з яблуками відноситься до кількості ящиків з грушами як 7:3. Серед наведених чисел укажіть число, яке може виражати загальну кількість ящиків з яблуками та грушами, зібраними в саду.

А	Б	В	Г	Д
37	73	75	80	84

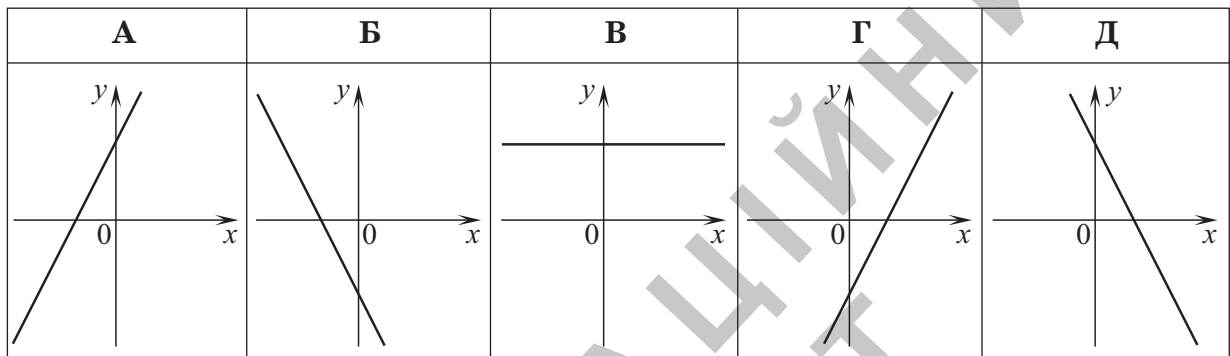
4. Спростіть вираз $5x^4y : \frac{x}{2y}$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{5}{2}x^3$	$10x^3y^2$	$10x^3$	$10x^4y^2$	$\frac{2}{5}x^3$

5. Визначте кількість граней восьмикутної піраміди.

А	Б	В	Г	Д
7	8	9	16	17

6. На якому з наведених рисунків зображено ескіз графіка функції $y = -2x + 3$?



7. Розв'яжіть рівняння $\log_2(x + 2) = 3$.

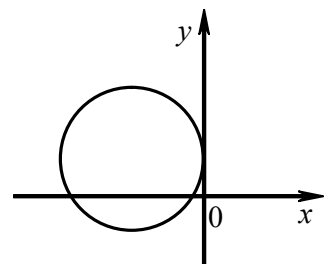
А	Б	В	Г	Д
4	6	7	8	11

8. Обчисліть значення виразу $\sin \frac{7\pi}{2} + \cos 5\pi$.

А	Б	В	Г	Д
-2	-1	0	1	2

9. Яке з наведених рівнянь може задавати коло, зображене на рисунку?

- А $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 4$
- Б $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 4$
- В $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 1$
- Г $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 1$
- Д $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 9$



10. Розв'яжіть систему рівнянь $\begin{cases} 2x + 5y = 5, \\ x - 2y = 7. \end{cases}$ Для одержаного розв'язку $(x_0; y_0)$ системи знайдіть суму $x_0 + y_0$.

А	Б	В	Г	Д
-18	3	4	8	12

11. Знайдіть область визначення функції $y = \sqrt[4]{3 - x}$.

А	Б	В	Г	Д
$[3; +\infty)$	$(-\infty; 3)$	$(-\infty; -3]$	$[-3; +\infty)$	$(-\infty; 3]$

12. Периметр основи правильної трикутної призми дорівнює 12 см. Визначте площу бічної поверхні цієї призми, якщо її висота дорівнює 6 см.

А	Б	В	Г	Д
96 см^2	80 см^2	72 см^2	32 см^2	24 см^2

13. Яке з наведених тверджень є хибним?

- А протилежні сторони паралелограма рівні
- Б сума двох кутів паралелограма, прилеглих до однієї сторони, дорівнює 180°
- В діагоналі паралелограма точкою перетину діляться навпіл
- Г площа паралелограма дорівнює добутку двох його сусідніх сторін на синус кута між ними
- Д площа паралелограма дорівнює половині добутку його сторони на висоту, проведену до цієї сторони

14. Розв'яжіть нерівність $|-x| < 6$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; -6)$	$(-\infty; 6)$	$(-\infty; -6) \cup (6; +\infty)$	$(-6; 6)$	$(-6; +\infty)$

15. Укажіть формулу для визначення радіуса R основи конуса з твірною L , якщо площа бічної поверхні цього конуса дорівнює S .

А	Б	В	Г	Д
$R = \frac{\pi L}{S}$	$R = \frac{S}{2\pi L}$	$R = \frac{L}{\pi S}$	$R = \sqrt{\frac{3S}{\pi L}}$	$R = \frac{S}{\pi L}$

16. Розв'яжіть нерівність $\frac{x-4}{x} \leq 0$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; 0) \cup (0; 4]$	$(0; 4]$	$[-4; 0)$	$(-\infty; -4]$	$(-\infty; 0) \cup [4; +\infty)$

17. Яка з наведених рівностей є тотожністю?

- А $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = 1$
 Б $\sin \alpha + \cos \alpha = 1$
 В $1 + \cos^2 \alpha = \sin^2 \alpha$
 Г $\sin^2 \alpha - 1 = \cos^2 \alpha$
 Д $1 - \cos^2 \alpha = \sin^2 \alpha$

18. У таблиці наведено дані метеостанцій 10 міст України щодо температури повітря о шостій годині ранку.

Температура, у градусах	1°	3°	4°	x°
Кількість міст, де спостерігалась зазначена температура	2	3	4	1

Визначте x , якщо середнє арифметичне всіх цих даних дорівнює $3,5^\circ$.

А	Б	В	Г	Д
$x = 5$	$x = 6$	$x = 7$	$x = 8$	$x = 9$

19. Якщо $F(x) = 2 + \cos x$ – первісна функції $f(x)$, то $f(x) =$

А	Б	В	Г	Д
$-\sin x$	$\sin x$	$2x - \sin x$	$2x + \sin x$	$f(x) = 2 - \sin x$

20. Визначте проміжок, якому належить корінь рівняння $0,4^{2x-1} = 0,064$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; -2)$	$[-2; -1)$	$(-1; 0)$	$[0; 1)$	$(1; 2]$

У завданнях 21–24 до кожного з чотирьох рядків інформації, позначених цифрами, виберіть один правильний, на Вашу думку, варіант, позначений буквою. Поставте позначки в таблицях відповідей до завдань у бланку А на перетині відповідних рядків (цифри) і колонок (букви). Усі інші види Вашого запису в бланку А комп'ютерна програма реєструватиме як помилки!

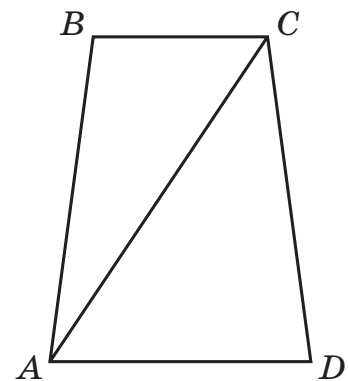
Будьте особливо уважні, заповнюючи бланк А!
Не погіршуйте власноручно свого результату неправильною формою запису відповідей

21. Установіть відповідність між виразом (1–4) та проміжком (А–Д), якому належить значення цього виразу, якщо $a = 2,4$.

	Вираз	Проміжок
1	$a + 4$	А (0; 2)
2	$4 - a$	Б (2; 4)
3	$2a - 2$	В (4; 6)
4	$\frac{12}{a}$	Г (6; 8)
		Д (8; 12)

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					
4					

22. На рисунку зображено рівнобедрену трапецію $ABCD$, у якій $AD = 8$ см, $BC = 4$ см, $AC = 10$ см. Установіть відповідність між проекцією відрізка на пряму (1–4) та її довжиною (А–Д).



	Проекція відрізка на пряму	Довжина проекції
1	проекція відрізка BC на пряму AD	А 2 см
2	проекція відрізка CD на пряму AD	Б 4 см
3	проекція відрізка AC на пряму AD	В 4,8 см
4	проекція відрізка AD на пряму AC	Г 5,6 см
		Д 6 см

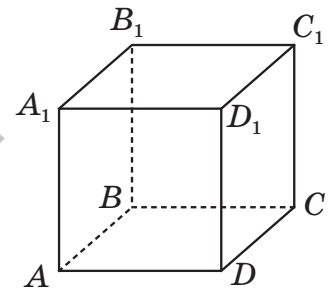
	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					
4					

23. Установіть відповідність між функцією (1–4) та кількістю точок перетину її графіка з осями координат (А–Д).

<i>Функція</i>	<i>Кількість точок перетину</i>
1 $y = x^2 - 4$	А жодної
2 $y = 2^x$	Б одна
3 $y = 2x + 1$	В дві
4 $y = \frac{1}{x}$	Г три
	Д чотири

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					
4					

24. На рисунку зображено куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, ребро якого дорівнює 1. Установіть відповідність між вектором \vec{a} (1–4) та твердженням (А–Д), яке є правильним для цього вектора.



<i>Вектор</i>	<i>Твердження</i>
1 $\vec{a} = \overrightarrow{AC_1}$	А вектори \vec{a} і $\overrightarrow{CC_1}$ рівні
2 $\vec{a} = \overrightarrow{B_1A_1}$	Б скалярний добуток векторів \vec{a} і $\overrightarrow{AA_1}$ дорівнює 0
3 $\vec{a} = \overrightarrow{AB_1}$	В довжина вектора \vec{a} дорівнює $\sqrt{3}$
4 $\vec{a} = \overrightarrow{BB_1}$	Г вектори \vec{a} і $\overrightarrow{C_1D}$ протилежні
	Д кут між векторами \vec{a} і \overrightarrow{AC} дорівнює 45°

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					
4					

Розв'яжіть завдання 25–30. Одержані числові відповіді запишіть у зошиті та бланку А. Відповідь записуйте лише десятковим дробом, урахувавши положення коми, по одній цифрі в кожній клітинці відповідно до зразків, наведених у бланку А.

25. Відомо, що $\frac{2a^2 - 8b^2}{a - 2b} = 18$. Тоді

1. $a + 2b =$

Відповідь: ,

2. $a^3 + (2b)^3 + 3a \cdot 2b(a + 2b) =$

Відповідь: ,

26. На стороні BC ромба $ABCD$ як на діаметрі побудовано коло, яке перетинає сторону DC у точці K . Відстані від точки K до вершин B і C дорівнюють 7 см та $\sqrt{15}$ см відповідно.

1. Визначте периметр ромба $ABCD$ (у см).

Відповідь: ,

2. Обчисліть площу трикутника ABC (у см²).

Відповідь: ,

27. Одним із мобільних операторів було запроваджено акцію з такими умовами: за першу хвилину розмови абонент сплачує 30 коп., а за кожну наступну хвилину розмови – на 3 коп. менше, ніж за попередню, плата за одинадцяту та всі наступні хвилини, а також плата за з'єднання не нараховується. Ці умови дійсні для дзвінків абонентам усіх мобільних операторів країни. Скільки за умовами акції (у грн) коштуватиме абоненту цього мобільного оператора розмова тривалістю 8 хвилин?

Відповідь: ,

28. Скільки кілограмів 5-відсоткового розчину солі потрібно додати до 3 кілограмів 12-відсоткового розчину солі, щоб одержати 9-відсотковий розчин солі?

Відповідь: ,

29. Обчисліть значення виразу $\left(\frac{1}{2}\right)^{\log_6 2} \cdot 3^{\log_6 \left(\frac{1}{2}\right)}$.

Відповідь: ,

30. Сторона основи правильної чотирикутної піраміди дорівнює 6 см. Обчисліть площу повної поверхні цієї піраміди (у см^2), якщо кут між апофемою та висотою піраміди дорівнює 30° .

Відповідь: ,

ПОГЛИБЛЕНИЙ РІВЕНЬ

Розв'яжіть завдання 31–34. Одержані числові відповіді запишіть у зошиті та бланку Б. Відповідь записуйте лише десятковим дробом, урахувавши положення коми, по одній цифрі в кожній клітинці відповідно до зразків, наведених у бланку А.

31. Спростіть вираз $\frac{25^x + 5 \cdot 10^x + 4^{x+1}}{5^x + 2^x}$ та обчисліть його значення, якщо $x = -3$.

Відповідь: ,

32. Скільки всього різних парних п'ятицифрових чисел можна утворити з цифр 1, 2, 3, 4 та 5, якщо в кожному з цих чисел усі цифри різні?

Відповідь: ,

33. У кулю, радіус якої дорівнює 5 см, вписано циліндр. Визначте відношення об'єму циліндра до об'єму кулі, якщо радіус основи циліндра дорівнює 4 см. Відповідь запишіть десятковим дробом.

Відповідь: ,

34. Обчисліть значення інтеграла $\int_0^4 |1-x| dx$.

Відповідь: ,

Розв'яжіть завдання 35, 36. Запишіть у бланку *Б* послідовні логічні дії та пояснення всіх етапів розв'язання завдань, зробіть посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання завдань рисунками, графіками тощо.

35. Два кола, радіуси яких дорівнюють r і $3r$, дотикаються зовні в точці K . До цих кіл проведено спільну зовнішню дотичну MN (точка M належить більшому колу, точка N – меншому).

1. Доведіть, що центри цих кіл та точка їхнього дотику K лежать на одній прямій.
2. Обчисліть площу фігури KMN , обмеженої меншими дугами $\overset{\frown}{KM}$ і $\overset{\frown}{KN}$ цих кіл та відрізком MN .

36. Розв'яжіть рівняння $\sqrt{2x-5a} \cdot (\sqrt{x^2+10x+25} - \sqrt{x^2-2ax+a^2}) = a\sqrt{2x-5a}$ залежно від значень параметра a .