

Управління освіти і науки Чернігівської облдержадміністрації  
Чернігівський обласний інститут післядипломної педагогічної освіти  
Завдання другого етапу Всеукраїнської олімпіади з математики  
2013-2014 н.р.  
6 клас

- Скільки існує двоцифрових чисел, у яких перша цифра на 3 більша за другу?
- Розшифрувати рівність  $A \times C \times \overline{AC} = \overline{CCC}$ , в якій кожна буква відповідає деякій цифрі.
- Три зошити і ручка коштують 5,4 грн., а зошит і три таких ручки – 6,6 грн. Скільки коштує одна ручка?
- За чотири дні яхта пройшла 800 км. За перший день було пройдено 30 % всієї відстані, за другий день –  $\frac{5}{8}$  того, що було пройдено за перший день, а за третій день – 128% того, що було пройдено за другий. Скільки кілометрів пройшла яхта за четвертий день?
- Розташуйте 10 точок на 5 відрізках так, щоб на кожному відрізку було по 4 точки.

На виконання роботи відводиться 3 години.

Кожна задача оцінюється в 7 балів.

Використання калькуляторів та інших електронних засобів заборонено.

Управління освіти і науки Чернігівської облдержадміністрації  
Чернігівський обласний інститут післядипломної педагогічної освіти  
Завдання другого етапу Всеукраїнської олімпіади з математики  
2013-2014 н.р.  
8 клас

- Розшифрувати рівність  $A \times C \times \overline{AC} = \overline{CCC}$ , в якій кожна буква відповідає деякій цифрі.
- У родині 4 особи. Якщо Марійці підвищили стипендію удвічі, то загальний прибуток усієї родини зросте на 10%, якщо замість цього мамі підвищили зарплату удвічі, то – на 25%, а якщо ж підвищили удвічі зарплату татові, то – на 35%. На скільки відсотків зросте прибуток усієї родини, якщо підвищити удвічі пенсію дідусею?
- Кут між висотою прямокутного трикутника, проведеною з вершини прямого кута, і бісектрисою прямого кута дорівнює  $12^\circ$ . Знайдіть гострі кути даного прямокутного трикутника.
- Вітя, Антон та Сергійко гралі сніговими кульками. Першу снігову кульку кинув Антон. Потім у відповідь на кожну кульку, що в нього влучила, Вітя кидав 6 кульок, Сергійко – 5 кульок, а Антон – 4 кульки. Через деякий час гру було закінчено. Знайдіть, в кого скільки снігових кульок влучило, якщо повз ціль пролетіли 13 кульок. (У себе самого сніговими кульками не кидаються.)
- Чи можна таблицю, поділену на 5 рядочків і 6 стовпчиків, заповнити натуральними числами так, щоб сума чисел кожного рядочка дорівнювала 30, а сума чисел кожного стовпчика – 20?

На виконання роботи відводиться 3 години.

Кожна задача оцінюється в 7 балів.

Використання калькуляторів та інших електронних засобів заборонено.

- Розшифрувати рівність  $A \times C \times \overline{AC} = \overline{CCC}$ , в якій кожна буква відповідає деякій цифрі.
- Наталя та Інна купили однакові коробки, чаю в пакетиках. Відомо, що одного пакетика вистачає на дві або три чашки чаю. Наталя вистачило пакетіків із коробки лише на 41 чашку чаю, а Інні – лише на 58 чашок чаю. Скільки пакетіків чаю було в коробці?
- Розставте на колі 6 різних чисел так, щоб кожне з них дорівнювало добутку двох сусідів.
- У родині 4 особи. Якщо Марійці підвищили стипендію удвічі, то загальний прибуток усієї родини зросте на 10%, якщо замість цього мамі підвищили зарплату удвічі, то – на 25%, а якщо ж підвищили удвічі зарплату татові, то – на 35%. На скільки відсотків зросте прибуток усієї родини, якщо підвищити удвічі пенсію дідусею?
- Чи можна таблицю, поділену на 5 рядочків і 6 стовпчиків, заповнити натуральними числами так, щоб сума чисел кожного рядочка дорівнювала 30, а сума чисел кожного стовпчика – 20?

На виконання роботи відводиться 3 години.

Кожна задача оцінюється в 7 балів.

Використання калькуляторів та інших електронних засобів заборонено.

Управління освіти і науки Чернігівської облдержадміністрації  
Чернігівський обласний інститут післядипломної педагогічної освіти  
Завдання другого етапу Всеукраїнської олімпіади з математики  
2013-2014 н.р.  
9 клас

- Розв'язати рівняння:  $|x + 2| = 9$ .
- Нехай  $a > 0$ ,  $b > 0$ ,  $c > 0$ . Довести нерівність  $\frac{a}{b+c} \geq \frac{2a-b-c}{a}$ .
- Для будівництва потрібно перевезти 24 великих і 510 маленьких бетонних блоків. Блоки перевозять автомашинами, кожна з яких вміщує в себе 44 маленькі блоки і має вантажопідйомність 10 тонн. Вага маленького блоку – 0,2 тонни, великий важить 3,6 тонни і займає місце 14 маленьких. Знайти мінімальну кількість рейсів, яких вистачить, щоб перевезти всі блоки.
- Чи можна таблицю, поділену на 5 рядочків і 6 стовпчиків, заповнити натуральними числами так, щоб сума чисел кожного рядочка дорівнювала 30, а сума чисел кожного стовпчика – 20?
- Точка  $K$  лежить на стороні  $BC$  трикутника  $ABC$ , точка  $F$  – на стороні  $AC$ . Відрізки  $AK$  і  $BF$  перетинаються в точці  $O$ . Знайти площину трикутника  $ABC$ , якщо  $S_{AOB} = 5$ ,  $S_{BOC} = 1$ ,  $S_{AOF} = 7$ .

На виконання роботи відводиться 4 години.

Кожна задача оцінюється в 7 балів.

Використання калькуляторів та інших електронних засобів заборонено.

1. Розв'язати рівняння:  $|x+2| + |x-1| = 9$ .
2. Для будівництва потрібно перевезти 24 великих і 510 маленьких бетонних блоків. Блоки перевозять автомашинами, кожна з яких вміщує в себе 44 маленьких блоки і мас вантажопідйомність 10 тонн. Вага маленького блоку – 0,2 тонни, великий важить 3,6 тонни і займає місце 14 маленьких. Знайти мінімальну кількість рейсів, яких вистачить, щоб перевезти всі блоки.
3. Зобразити на координатній площині  $XOY$  множину точок, координати яких задовольняють нерівність  $(x^2 - 1)(|y| - 1) \geq 0$ .
4. Знайти всі функції  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , що задовольняють рівняння  $f(x) - 2f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{2-x^2}{x}$ .
5. На сторонах  $AC$  і  $BC$  трикутника  $ABC$  взяті точки  $D$  і  $E$  відповідно так, що  $AD = 2 \cdot DC$ , а площи трикутників  $ABD$  і  $AED$  дорівнюють 3 і 1 відповідно. Відрізки  $AE$  і  $BD$  перетинаються в точці  $O$ . Знайти відношення площ трикутників  $ABO$  і  $DEO$ .

На виконання роботи відводиться 4 години.  
Кожна задача оцінюється в 7 балів.  
Використання калькуляторів та інших електронних засобів заборонено.

1. Розв'язати рівняння:  $|x+2| + |x-1| = 9$ .
2. Розв'яжіть рівняння  $\sin^2 x - (2a+1)\sin x + a^2 + a = 0$  для всіх значень параметра  $a$ .
3. Знайти всі функції  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , що задовольняють рівняння  $f(x) - 2f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{2-x^2}{x}$ .
4. Двоє робітників разом виготовили більше ніж 29 однакових деталей. Кількість деталей, виготовлених першим робітником, що зменшена на 2, буде більше ніж потрісна кількість деталей, виготовлених другим робітником. Потрісна кількість деталей, виготовлених першим робітником, більша ніж подвоена кількість деталей, виготовлених другим робітником. Якщо від потрісної кількості деталей, виготовлених першим робітником, відняти подвоену кількість деталей, виготовлених другим робітником, то вийде число, що менше ніж 60. Скільки деталей виготовив кожен робітник?
5. На сторонах  $AC$  і  $BC$  трикутника  $ABC$  взяті точки  $D$  і  $E$  відповідно так, що  $AD = 2 \cdot DC$ , а площи трикутників  $ABD$  і  $AED$  дорівнюють 3 і 1 відповідно. Відрізки  $AE$  і  $BD$  перетинаються в точці  $O$ . Знайти відношення площ трикутників  $ABO$  і  $DEO$ .

На виконання роботи відводиться 4 години.

Кожна задача оцінюється в 7 балів.

Використання калькуляторів та інших електронних засобів заборонено.